

# REZOLVAREA UNOR PROBLEME CU AJUTORUL PRINCIPILOR MECANICII CLASICE

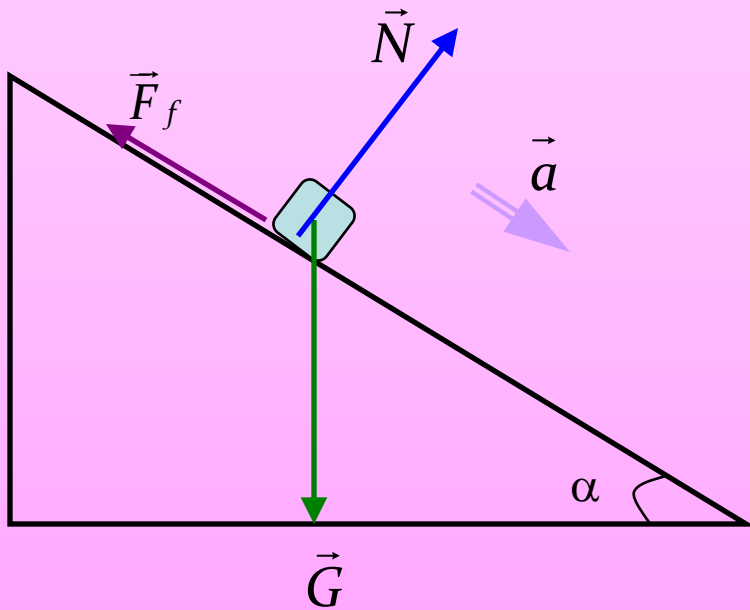
## *Problema 1*

*Determinați accelerația unui corp de masă  $m$ , care alunecă cu frecare pe un plan înclinat de unghi  $\alpha$ , cunoscând coeficientul de frecare la alunecare  $\mu$ .*

*Aplicație numerică:  $\alpha = 30^\circ$ ,  $\mu = \sqrt{3}/4$*

Determinați accelerația unui corp de masă  $m$ , care alunecă cu frecare pe un plan înclinat de unghi  $\alpha$ , cunoscând coeficientul de frecare la alunecare  $\mu$ .

Aplicație numerică:  $\alpha = 30^\circ$ ,  $\mu = 1/4$



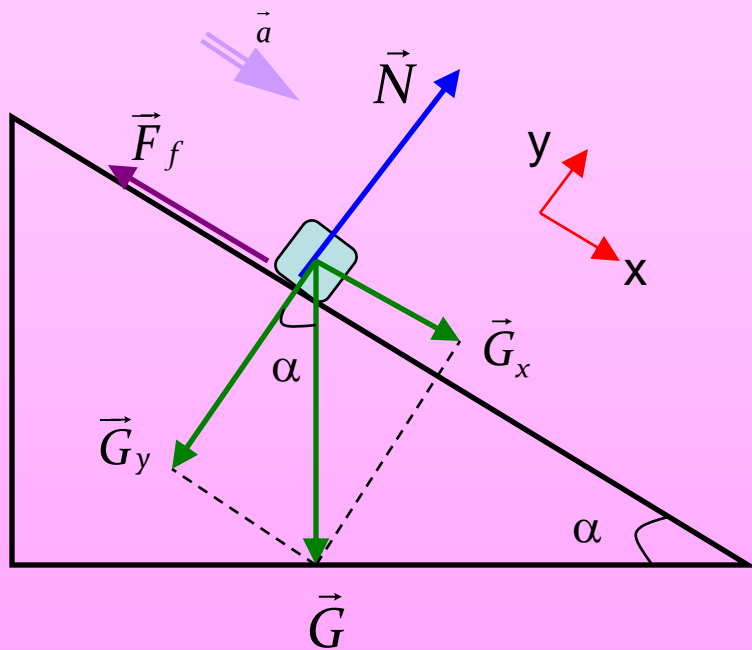
1. Se desenează forțele și accelerația sau sensul mișcării:

Greutatea - spre centrul Pământului;

Normala (reacțiunea suprafeței de sprijin) - perpendiculară pe suprafața de sprijin;

Forța de frecare - opusă mișcării sau tendinței de mișcare;

Accelerația



2. Se aleg două axe de coordonate, perpendiculare:

\*de preferat

ox – pe direcția de mișcare

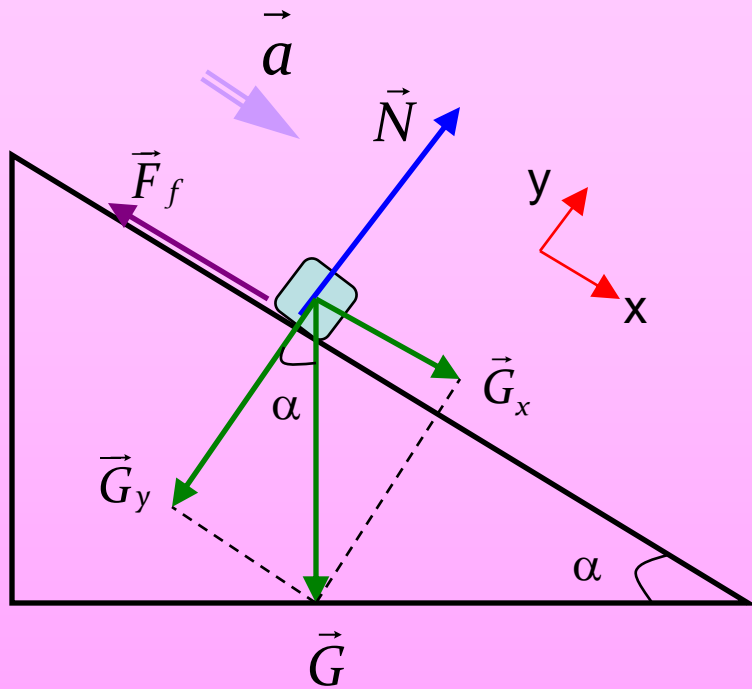
oy – pe direcția normalei

3. Se proiectează forțele care nu au aceeași direcție cu axele alese și se scriu formulele forțelor și componentele pe axe:

$$\vec{G} = m \cdot \vec{g} \quad \begin{cases} G_x = G \cdot \sin \alpha \\ G_y = G \cdot \cos \alpha \end{cases}$$

$$F_f = \mu \cdot N$$

$$\vec{F} = m \cdot \vec{a} \quad \rightarrow \text{Expresia principiul al II-lea !!!}$$



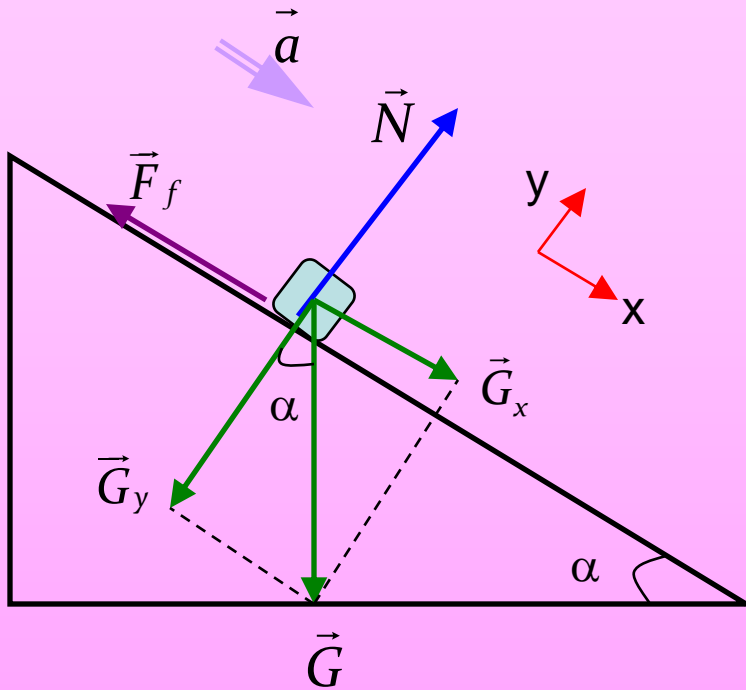
$$\begin{cases} G_x - F_f = ma \\ N - G_y = 0 \end{cases}$$

4. Se scrie principiul al II-lea al dinamicii, pe cele două axe:

- Forțele care au sensul de mișcare sau sensul ales convențional, se consideră pozitive;
- Forțele care au sens opus mișcării sau sensului ales convențional se consideră negative

5. Se rezolvă sistemul.

- De preferat se determină normala din ecuația de pe oy și se introduce în relația forței de frecare din ecuația pe ox



$$\begin{cases} G_x - F_f = m \cdot a \\ N - G_y = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} N = G_y \\ G_x - \mu \cdot N = m \cdot a \end{cases} \Rightarrow G_x - \mu \cdot G_y = m \cdot a$$

$$a = \frac{G_x - \mu \cdot G_y}{m} = \frac{m \cdot g \cdot \sin \alpha - \mu \cdot m \cdot g \cdot \cos \alpha}{m}$$

$$a = g \cdot (\sin \alpha - \mu \cdot \cos \alpha)$$

$$a = 10 \left( \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \right) = \frac{10}{8} = 1.25 \text{ m/s}^2$$

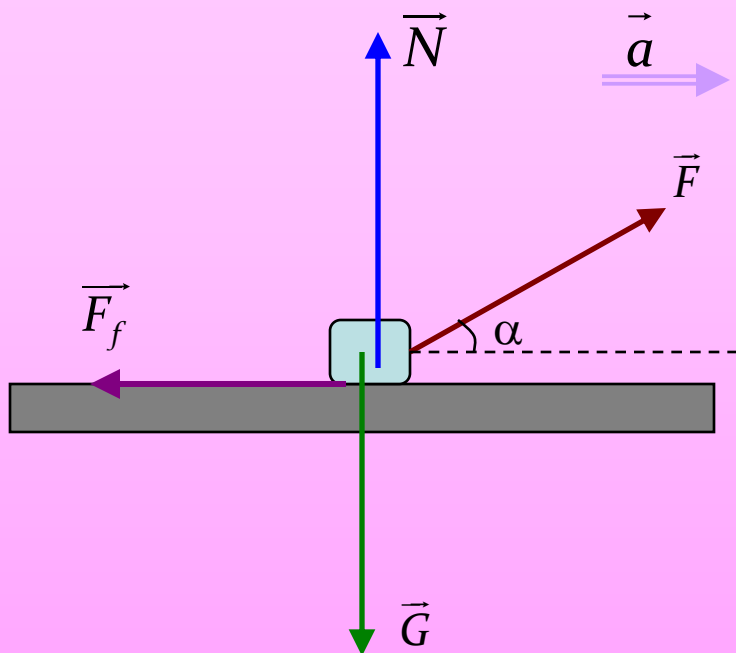
## *Problema 2*

*Determinați accelerația unui corp de masă  $m$ , care alunecă cu frecare pe un plan orizontal, sub acțiunea unei forțe  $F$ , care face unghiul  $\alpha$  cu direcția de mișcare, cunoscând coeficientul de frecare la alunecare  $\mu$ .*



Determinați accelerația unui corp de masă  $m$ , care alunecă cu frecare pe un plan orizontal, sub acțiunea unei forțe  $F$ , care face unghiul  $\alpha$  cu direcția de mișcare, cunoscând coeficientul de frecare la alunecare  $\mu$ .

Aplicație numerică:  $\alpha = 30^\circ$ ,  $\mu = \sqrt{3} / 4$

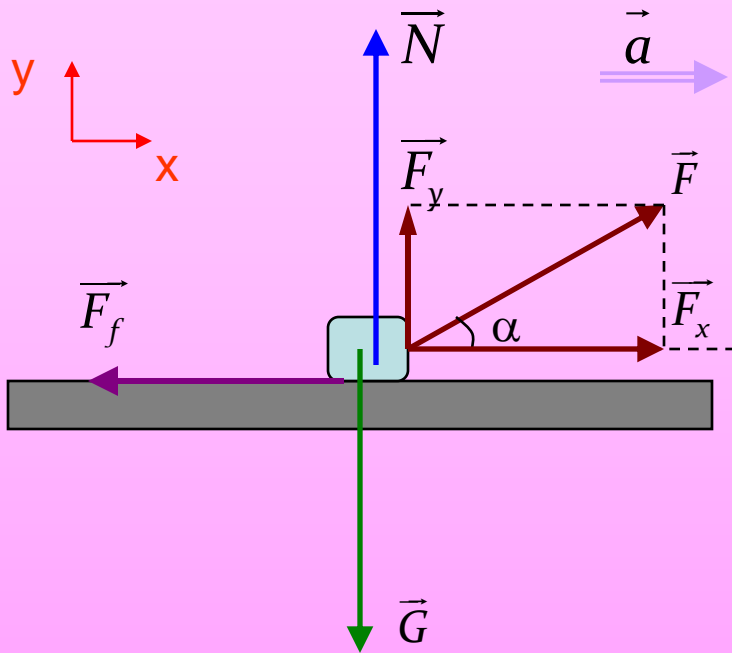


Se desenează forțele și accelerația sau sensul mișcării:

- Greutatea- spre centrul Pământului;
- Normala (reacțiunea suprafeței de sprijin) – perpendiculară pe suprafața de sprijin;
- Forța de frecare – opusă mișcării sau tendinței de mișcare;
- Accelerația

Determinați accelerația unui corp de masă  $m$ , care alunecă cu frecare pe un plan orizontal, sub acțiunea unei forțe  $F$ , care face unghiul  $\alpha$  cu direcția de mișcare, cunoscând coeficientul de frecare la alunecare  $\mu$ .

Aplicație numerică:  $\alpha = 30^\circ$ ,  $\mu = \sqrt{3}/4$



$$\begin{cases} F_x = F \cdot \cos \alpha \\ F_y = F \cdot \sin \alpha \end{cases}$$

$$\vec{G} = m \cdot \vec{g}$$

$$F_f = \mu \cdot N$$

$$\vec{F} = m \cdot \vec{a} \rightarrow \text{Expresia principiului al II-lea !!!}$$

2. Se aleg două axe de coordonate, perpendiculare:

\*de preferat

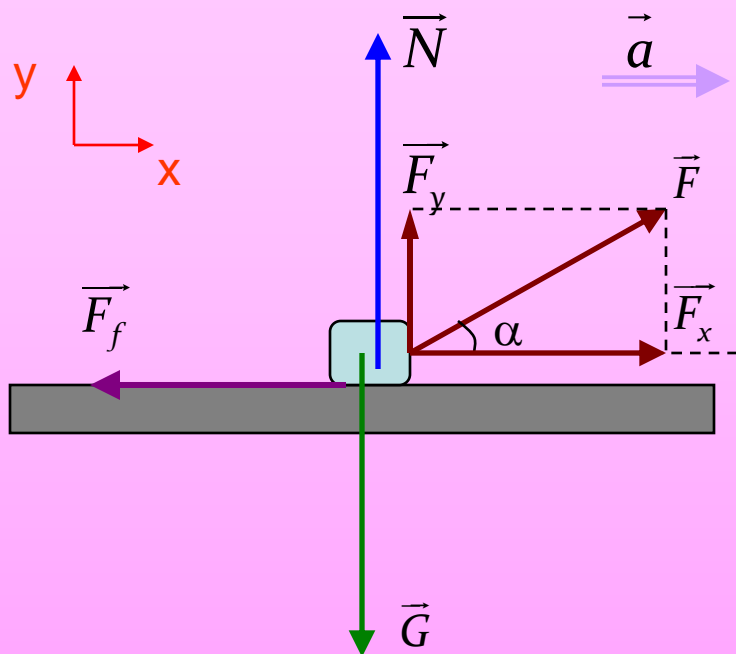
ox – pe direcția de mișcare

oy – pe direcția normalei

3. Se proiectează forțele care nu au aceeași direcție cu axele alese și se scriu formulele forțelor și componentele pe axe:

Determinați accelerația unui corp de masă  $m$ , care alunecă cu frecare pe un plan orizontal, sub acțiunea unei forțe  $F$ , care face unghiul  $\alpha$  cu direcția de mișcare, cunoscând coeficientul de frecare la alunecare  $\mu$ .

Aplicație numerică:  $\alpha = 30^\circ$ ,  $\mu = \sqrt{3}/4$



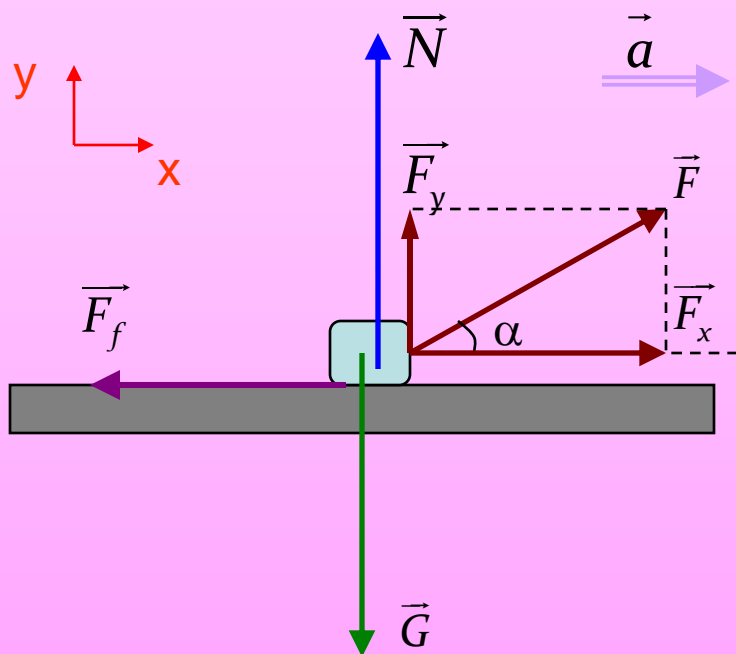
$$\begin{cases} F_x - F_f = m \cdot a \\ N + F_y - G = 0 \end{cases}$$

4. Se scrie principiul al II-lea al dinamicii, pe cele două axe:

- Forțele care au sensul de mișcare sau sensul ales convențional, se consideră pozitive;
- Forțele care au sens opus mișcării sau sensului ales convențional se consideră negative

Determinați accelerația unui corp de masă  $m$ , care alunecă cu frecare pe un plan orizontal, sub acțiunea unei forțe  $F$ , care face unghiul  $\alpha$  cu direcția de mișcare, cunoscând coeficientul de frecare la alunecare  $\mu$ .

Aplicație numerică:  $\alpha = 30^\circ$ ,  $\mu = \sqrt{3}/4$



5. Se rezolvă sistemul.

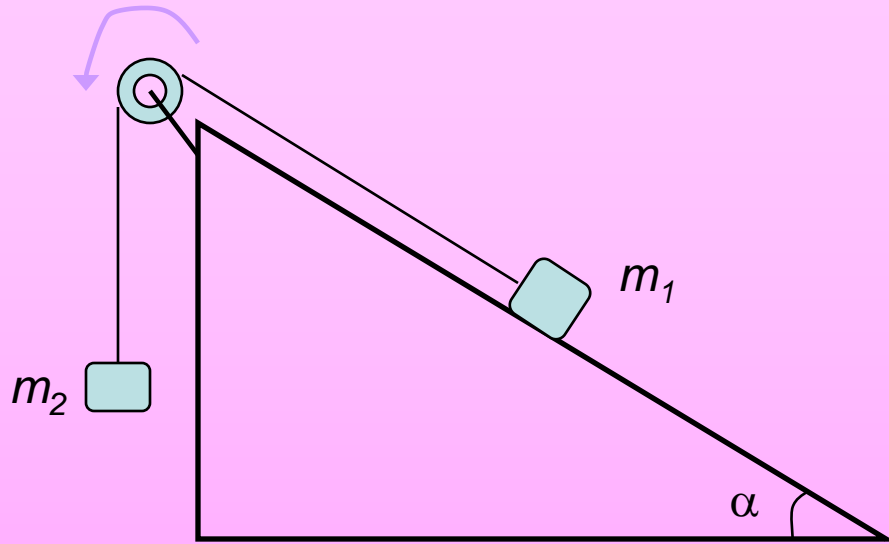
- De preferat se determină normala din ecuația de pe oy și se introduce în relația forței de frecare din ecuația pe ox

$$\begin{cases} F_x - F_f = m \cdot a \\ N + F_y - G = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} N = G - F_y \\ F_x - \mu \cdot N = m \cdot a \end{cases} \Rightarrow F_x - \mu \cdot (G - F_y) = m \cdot a \Rightarrow$$

$$a = [F_x - \mu \cdot (G - F_y)] / m \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a = [F_x - \mu \cdot (G - F_y)]/m$$

$$\Rightarrow a = [F \cdot \cos\alpha - \mu \cdot (m \cdot g - F \cdot \sin\alpha)]/m$$

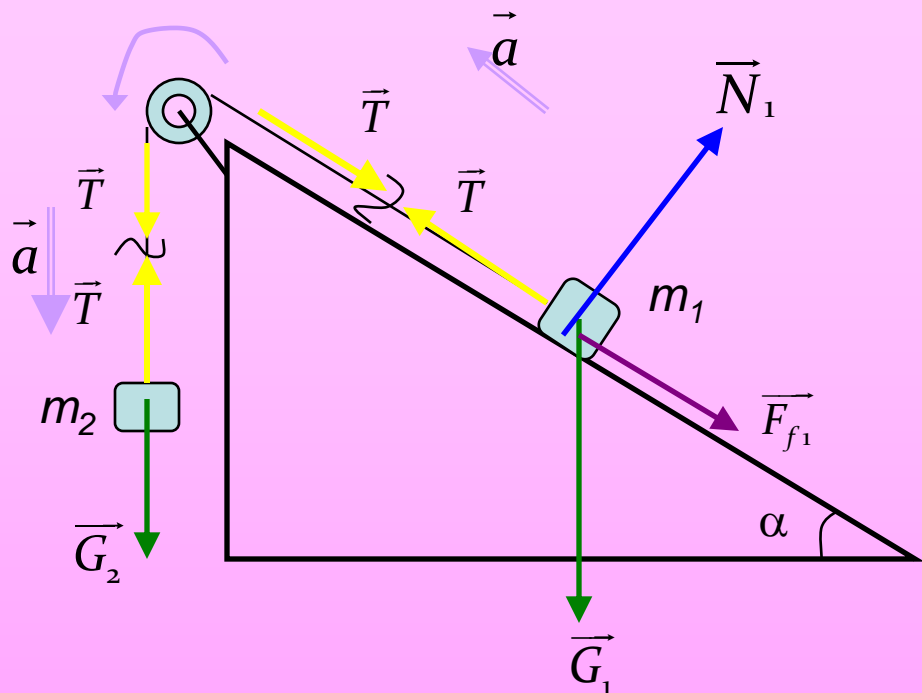


- Problema 3

*Determinați accelerația sistemului de corpuri din figură, cunoscând coeficientul de frecare la alunecare  $\mu$ , al corpului  $m_1$ , pe planul înclinat de unghi  $\alpha$  și masele corpurilor  $m_1$  și  $m_2$ , și sensul de mișcare de pe figură*

*Aplicație numerică:  $m_1 = 1 \text{ Kg}$ ,  $m_2 = 3 \text{ kg}$ ,  $\alpha = 30^\circ$ ,  $\mu = 1.73/4$*

Determinați accelerația sistemului de corpuri din figură, cunoscând coeficientul de frecare la alunecare  $\mu$ , al corpului  $m_1$ , pe planul înclinat de unghi  $\alpha$  și masele corpurilor  $m_1$  și  $m_2$ , și sensul de mișcare de pe figură



1. Se desenează forțele și accelerația sau sensul mișcării pentru fiecare din cele două corpuri:

( $m_1$ )

Greutatea  $G_1$  - spre centrul Pământului;

Normala  $N_1$  - perpendiculară pe suprafața de sprijin;

Forța de frecare  $F_{f_1}$  - opusă mișcării sau tendinței de mișcare;

Tensiunea din fir T

Accelerația a

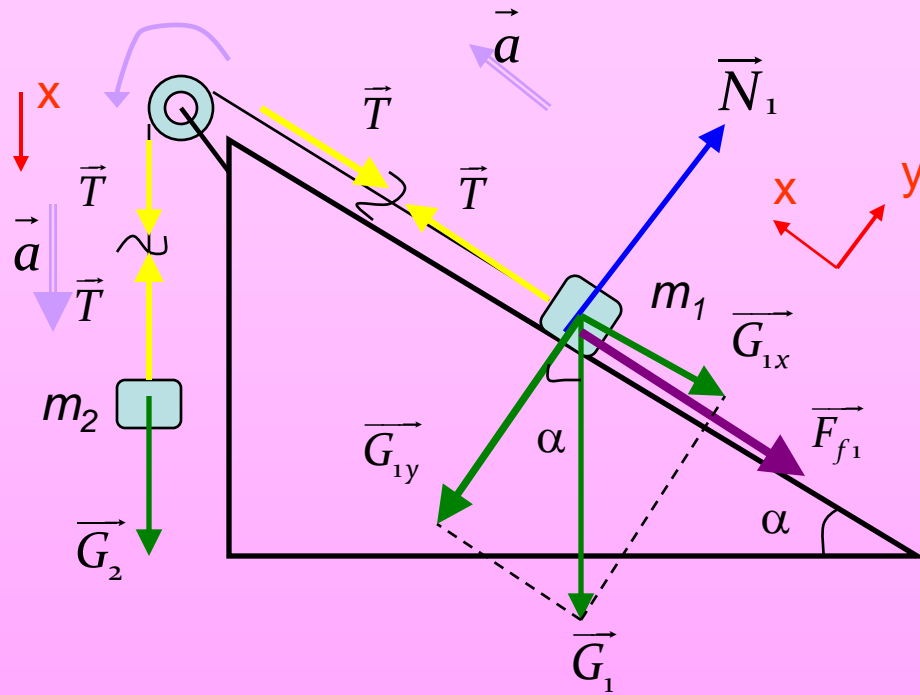
( $m_2$ )

Greutatea  $G_2$  - spre centrul Pământului;

Tensiunea din fir T

Accelerația a

Determinați accelerația sistemului de corpuri din figură, cunoscând coeficientul de frecare la alunecare  $\mu$ , al corpului  $m_1$ , pe planul înclinat de unghi  $\alpha$  și masele corpurilor  $m_1$  și  $m_2$ , și sensul de mișcare de pe figură



2. Se aleg două axe de coordonate, perpendiculare, pentru fiecare corp în parte:

\*de preferat

ox – pe direcția de mișcare

oy – pe direcția normalei

3. Se proiectează forțele care nu au aceeași direcție cu axele alese și se scriu formulele forțelor și componentele pe axe:

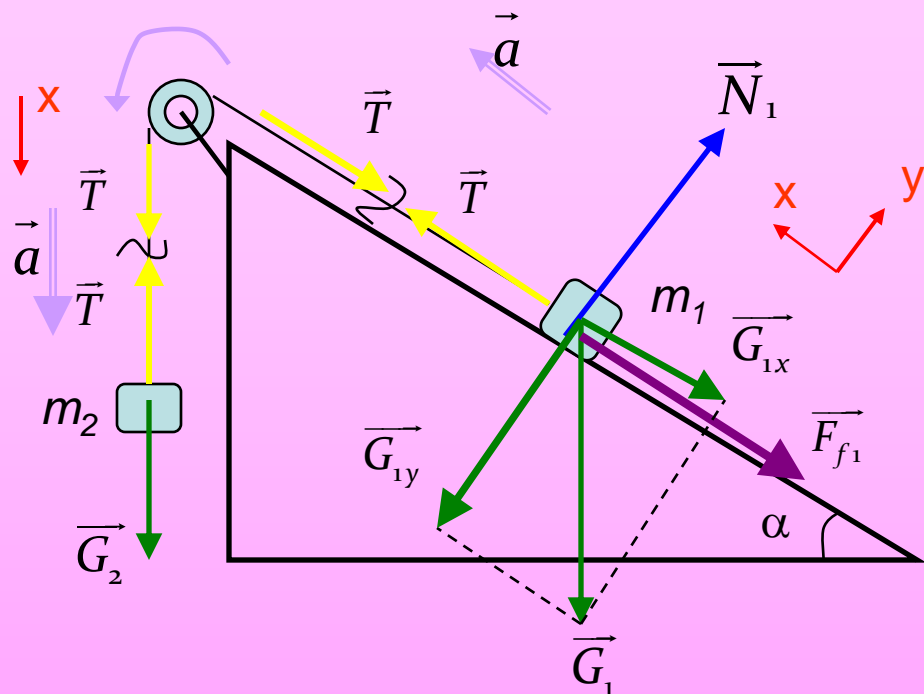
$$\begin{cases} G_{1x} = G_1 \cdot \sin\alpha \\ G_{1y} = G_1 \cdot \cos\alpha \end{cases} \quad \begin{cases} \vec{G}_1 = m_1 \cdot \vec{g} \\ \vec{G}_2 = m_2 \cdot \vec{g} \\ F_f = \mu \cdot N \end{cases}$$

$$\vec{F} = m \cdot \vec{a}$$

→ Expresia principiului al II-lea !!!



Determinați accelerația sistemului de corpuri din figură, cunoscând coeficientul de frecare la alunecare  $\mu$ , al corpului  $m_1$ , pe planul înclinat de unghi  $\alpha$  și masele corpurilor  $m_1$  și  $m_2$ , și sensul de mișcare de pe figură



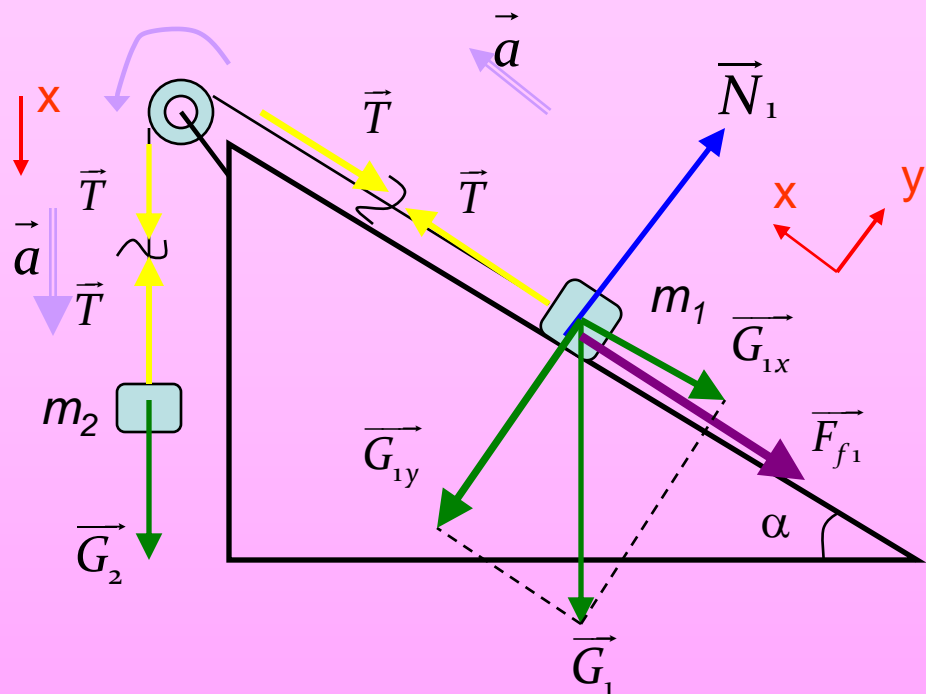
$$(m_1) \begin{cases} \text{Ox: } T - G_{1x} - F_f = m_1 \cdot a \\ \text{Oy: } N_1 - G_{1y} = 0 \end{cases}$$

$$(m_2) \begin{cases} \text{Ox: } G_2 - T = m_2 \cdot a \\ \text{Oy: } - \end{cases}$$

4. Se scrie principiul al II-lea al dinamicii, pe cele două axe, pentru fiecare corp în parte:

- Forțele care au sensul de mișcare sau sensul ales convențional, se consideră pozitive;
- Forțele care au sens opus mișcării sau sensului ales convențional se consideră negative

Determinați accelerația sistemului de corpuri din figură, cunoscând coeficientul de frecare la alunecare  $\mu$ , al corpului  $m_1$ , pe planul înclinat de unghi  $\alpha$  și masele corpurilor  $m_1$  și  $m_2$ , și sensul de mișcare de pe figură



5. Se rezolvă sistemul.

-De preferat se determină normala din ecuația de pe oy și se introduce în relația forței de frecare din ecuația pe ox;

$$(m_1) \begin{cases} \text{Ox: } T - G_{1x} - F_f = m_1 \cdot a \\ \text{Oy: } N_1 - G_{1y} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} N_1 = G_{1y} \\ T - G_{1x} - \mu \cdot N = m_1 \cdot a \end{cases} \Rightarrow T - G_{1x} - \mu \cdot G_{1y} = m_1 \cdot a \quad (1)$$

$$(m_2) \begin{cases} \text{Ox: } G_2 - T = m_2 \cdot a \\ \text{Oy: } - \end{cases} \quad (2)$$

- Cu relațiile (1) și (2) se formează un sistem din care se determină necunoscutele, în acest caz:  $a$  și  $T$

$$\begin{cases} \cancel{T} - G_{1x} - \mu \cdot G_{1y} = m_1 \cdot a \\ G_2 - \cancel{T} = m_2 \cdot a \end{cases} \quad (+)$$

$$G_2 - G_{1x} - \mu \cdot G_{1y} = (m_1 + m_2) \cdot a$$

$$\Rightarrow a = (G_2 - G_{1x} - \mu \cdot G_{1y}) / (m_1 + m_2)$$

$$\Rightarrow a = (m_2 \cdot g - m_1 \cdot g \cdot \sin \alpha - \mu \cdot m_1 \cdot g \cdot \cos \alpha) / (m_1 + m_2)$$

$\Rightarrow$  Calcul numeric :D